

교통서비스의 공급과 헨리 조지의 정리

Transport Services and the Henry George Theorem: A General Equilibrium Approach

이혁주*
Rhee, Hyok-Joo

Abstract

A version of Henry George Theorem states that when a city is optimally sized, the differential land rent just covers the cost of pure public goods. We reexamine the theorem in the general equilibrium spatial model with transport facilities. The city is open to population movement. People can commute either by car on congested roads or by mass transit free of congestion. The mass transit costs a fixed sum of monies for its provision. In this fiscal arrangement, the toll revenues exactly cover the cost of roads, and the differential land rents is just sufficient for the fixed cost of mass transit.

키 워 드 ▪ 교통시설, 자족성의 원리, 헨리 조지 정리, 토지이용-교통 모형, 일반균형

Keywords ▪ Transport Facilities, Self-Financing Rule, Henry George Theorem, Land Use and Transportation Model, General Equilibrium

I. 서 론

본 논문은 지방 공공서비스의 효율적 공급과 자원 조달의 자족성 문제간 관계에 대해 분석한다. 지방 공공서비스로서 도로교통 서비스를, 자원조달 수단으로서 혼잡통행료와 차액지대(差額地代)를 다룬다. 혼잡통행료가 이용자 부담금으로서 공공서비스의 가변비용과 관련된 자원조달 수단이라면, 차액지대는 공공서비스의 고정비용과 관련된 자원조달 수단이다.

혼잡통행료를 이용한 도로시설의 자원충당 문제와 그 효율성에 대한 이론은 이미 문헌에서 자족성의 원리(self-sufficiency rule) 혹은 비용회수 정리(cost recovery theorem) 등의 이름으로 잘 알려져 있다(예컨대 Yang and Meng(2002), Lindsey (2012) 참고). 그러나 혼잡통행료로 충당되는 교통시설의 비용은 소

요되는 총비용 가운데 가변비용과 관련된 부분이다. 망형산업(網型産業)의 성격을 갖는 공공서비스의 경우, 망의 설치 및 유지와 관련된 비용의 상당부분은 고정비용의 성격을 띤다. 따라서 가변비용 아닌 고정비용의 효율적 자원 조달방안에 대한 논의도 중요하다.

본 연구는 보통 현실세계에서 자주 이용되는 자원 조달 방안은 아니지만, 이론문헌에서 이야기하는 차액지대를 이용해 이 고정비용적 성격을 갖는 교통시설의 공급비용을 충당하는 문제에 대해 분석한다.

자원조달 수단으로서 차액지대를 활용하는 방안은 미국의 고전경제학도인 Henry George의 주장으로 유명하다. 이러한 자원 조달방안은 Flatters, Henderson and Mieszkowski(1974; 이후 FHM이라 부름) 등 일련의 논의를 거쳐 Arnott and Stiglitz(1979)에서 공간모형으로 본격적으로 정리된다. 이들은 순수 공공재의 공

* 서울과학기술대학교 행정학과 교수 (rheehj@seoultech.ac.kr) : 이 연구는 서울과학기술대학교 교내연구비의 지원으로 수행되었습니다.

급과 관련된 자원 조달방안으로서 차액지대를 논의하기 때문에, 공공재의 소비와 관련된 통상의 '혼잡'은 존재하지 않는다.

다만 이들 논문에서도 혼잡이라는 용어를 사용하는데 이때 말하는 혼잡은 다음과 같은 의미로 사용된다. 단핵심 도시에서 인구가 한 명씩 추가되면서 이들은 도심으로 출퇴근하기 위해 점점 더 멀리 살아야 하고, FHM이 말하는 것처럼 노동의 한계생산성이 저하하는 등 '도시비용'이 증가한다. 따라서 인구규모가 확대되면서 고정비용으로서 순수공공재의 일인당 비용은 감소하지만, 그 반면 도시규모 확대에 따라 도시비용이 증가하는 부작용도 함께 발생한다. 이때 최적 인구규모는 도시규모 확대에 수반되는 한계편익과 한계비용이 일치하는 점에서 결정된다. 헨리 조지 정리는 이 최적 인구규모에서 차액지대가 순수 공공재의 공급비용과 정확히 일치한다는 이론이다.

Arnott and Stiglitz(1979)가 헨리 조지 정리에 관한 기존 논의를 일반화한 모형의 경우도 실은 상당히 단순한 공간모형에 속한다. 우선 각 가구의 토지소비량은 고정되어 있고, 도시공간상에 존재하는 주요 외부효과, 이를테면 집적의 경제나 교통혼잡과 같은 그 어떤 외부효과도 존재하지 않는다. 이 모형은 Fujita(1989), Papageorgiou and Pines(1999)에서 더욱 확장되지만 여전히 단핵심 모형이면서 부분균형 분석에 그친다. 최근 Anas and Pines(2013)는 복수의 교통수단이 존재하는 단핵심 부분균형 도시에서 헨리 조지의 정리의 성립을 다시 입증하고 있다.

본 논문은 두 가지 목적을 가진다. 첫째, 기존의 부분균형 모형에서 논의했던 헨리조지 정리를 일반균형 환경으로 확대하고, 동시에 교차통행이 존재하는 다핵심 공간모형으로 논의를 확장한다. 둘째, 이혁주(2014)는 교통시설의 가변비용만을 대상으로 공간모형을 연구했다. 본 연구는 고정비용까지 함께

고려하면서 동시에 공공재의 수(數)가 점근적으로 무한대에 접근할 때 발생할 수 있는 상황을 염두에 두고 다시 이 고정비용을 일반화하는 분석을 수행한다. 이러한 일반화는 후속 연구에서 유용하게 활용될 수 있다.

논문은 일반균형모형을 꾸미는 일로부터 시작한다. 모형의 주요 행위자는 기업과 가구(家口)가 되고, 부분균형모형과 달리 기업이 생산하고 가구가 소비하는 복합재 거래 시장이 존재하고, 기업의 생산요소로서 노동이라는 투입요소의 생산요소 시장이 존재한다. 계획가는 혼잡통행료, 도로용량, 인구규모 등을 적절히 선택해 도시민의 후생수준을 극대화한다. 후생이 극대화된 상태에서 관찰되는 정책수단을 이용해 차액지대가 이 고정비용과 일치함을 보인다. 실제 논의에서 고정비용은 교통시설 비용의 한 특수 형태로 취급되고, 논의는 좀더 일반적인 비용함수를 전제로 이루어진다.

II. 연구모형과 이론

1. 모형의 구조

두 개의 구역으로 구성된 선형도시를 상상해보자(도시의 선형, 비선형 여부는 분석결과와 무관). 구역 1은 도심, 구역 2는 외곽구역으로서 모두 폭이 1, 길이는 각각 $\ell_1(\#)$, $\ell_2(\#)$ 라고 한다(모수이거나 정책변수처럼 외생변수가 처음 출현할 때 변수명 뒤에 # 표시). 따라서 두 구역의 면적은 ℓ_i , $i=1,2$ 로 표현된다. 구역 $i \in \{1,2\}$ 에서 영업하는 X 재 생산기업은 토지 Q_i , 노동 M_i 를 이용해 생산기술 $X_i = f(Q_i, M_i)$ 에 따라 생산한다고 한다. 이 생산함수는 투입요소에 대해 1차 동형이라고 가정하자. 이윤극대화 및 생산함수의 1차 동형을 이용해 다음과 같은 미분방정식을 도출할 수 있다.

$$X_i dp_i = M_i dw_i + Q_i dr_i \quad (1)$$

이 식은 일반균형 환경에서 모형의 기본적인 변수로 역할을 하는 가격변수간 일반균형적 관계를 보여준다. 이 식은 뒤에 나오는 후생극대화 문제에서 이용된다.

이제 가구(家口)의 문제에 대해 알아보자. 구역 i 에 살면서 구역 j 로 출퇴근하는 어떤 가구를 가구 (i, j) 라고 부르자. 이 가구 (i, j) 는 X재(복합재)를 x_{ij} 만큼 자신의 거주구역인 i 에서 구매해 소비한다. 편의상 구매통행은 없는 것으로 한다. 또한 각 가구는 토지 면적 q_{ij} 와 여가시간 l_{ij} 를 소비한다. 이들 세 가지 재화를 소비함으로써 얻는 효용은 효용함수 $u_{ij} = u(x_{ij}, q_{ij}, l_{ij}, d_{ij}^1, d_{ij}^2)$ 로 측정된다. d_{ij}^1 은 승용차를 이용해 출근한 일수(日數), d_{ij}^2 는 버스라는 대중교통수단을 이용해 출근하는 일수를 말한다. 이들 두 변수도 '소비'의 대상으로서 최적화의 대상이 된다.

교통수단 $m \in \{1, 2\}$ 을 이용해 구역 i 를 1회 통행하는데 소요되는 시간을 $g_i^m \equiv g_i^m(F_i, R_i)$, 혼잡통행료를 t_i (#, 정책변수), 구역 (i, j) 간 통행시간을 g_{ij}^m , 혼잡통행료를 t_{ij} (#)라고 하자. 편의상 승용차는 혼잡한 도로를 달리지만, 대중교통수단은 혼잡이 없는 교통시설에서 운행한다고 가정한다. 승용차($m=1$)가 구역 i 를 통행하는데 걸리는 시간 $g_i^1(F_i, R_i)$ 는 통행량 F_i 에 대해 증가함수, 도로용량 지표인 도로폭 R_i 에 대해 감소함수이다. 편의상 도로가 '교통시설'을 대표하는 것으로 하고, 도로라는 교통시설의 유일한 투입요소는 당분간 도로면적 $R_i \ell_i (= \text{폭} \times \text{길이})$ 라고 하자. 구역간 통행시간은 $g_{11}^m = g_{11}^m g_1$, $g_{22}^m = g_2^m$, $g_{12}^m = g_{21}^m = g_1^m + g_2^m$ 으로 정의된다. t_{ij} 도 동일한 방식으로 정의하자. 대중교통수단의 경우 교통혼잡을 유발하지 않으므로 혼잡통행료가 부과되지 않는다.

가구당 총가용시간이 단위 기간당 H (#), 노동의 소득을 단위 기간당 D 원이라고 하자. 이제 가구 (i, j) 의 소득 제약조건과 시간 제약조건을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p_i x_{ij} + r_i q_{ij} + t_{ij} d_{ij}^1 = 8w_j(d_{ij}^1 + d_{ij}^2) + D \quad (2)$$

$$\sum_{m=1}^2 (8 + g_{ij}^m) d_{ij}^m + l_{ij} = H \quad (3)$$

도시내 토지는 N (정책변수)명의 주민이 동일한 공유지분으로 소유한다. 노동의 소득은 지대수입과 혼잡통행료 환급금으로 구성된다.

$D \equiv$ 지대수입 + 통행료 조세수입 환급금

- 도로용지 임대료 및 고정비용 등 세출

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{N} \left(\sum_i r_i \ell_i + \sum_i t_i F_i - \left[\sum_i r_i R_i \ell_i + Z \right] \right) \\ &= \frac{1}{N} \left(\sum_i r_i (\ell_i - R_i \ell_i) + \sum_i t_i F_i - Z \right) \end{aligned} \quad (4)$$

식(4)에서 두 가지 점에 유의하자. 첫째, 본 연구에서 주민이 도시내 토지를 모두 소유하기 때문에 부재지주 모형과 달리 주거용 토지의 기회비용은 0으로 처리했다. 본 모형에서 도시 경제내 소득의 域外 流出은 없는 것으로 놓는 경우 이렇게 설정해야 한다. 따라서 논문의 서두에서 말한 차액지대는 식(4) 괄호 안 첫 번째 항과 총액지대로 표현된다. 다만 도시의 반경을 가변적으로 취급하는 경우는 도시개발비용을 별도로 고려해야 한다. 이 문제는 부분균형 환경이기는 하지만 Rhee(2014)가 이미 다룬바 있다. 부재지주 모형의 경우 지대수입에서 별도의 토지 기회비용을 공제해야 하는데, 그 방법론은 이혁주(2014)에 있다. 어느 경우이든 도시면적이 고정되어 있는 한 동일한 분석결과를 얻는다.

둘째, 지대수입은 균등하게 배분되어 가구의 노동의 소득으로 귀속되고, 혼잡통행료와 같은 요금수입 역시 각 가구에 동액씩 환급되는 것으로

노동의 소득이 설계되었다. 정부부문 혹은 교통부문만을 따로 떼어낸 후 별도의 행재정단위로 독립시켜 분석을 진행하는 것도 가능하지만, 이러한 분석적 조치는 논의만 복잡하게 할 뿐 현 연구목적상 불필요하다. 따라서 식(4)와 같이 공공재정을 표현하고자 한다.

이상의 논의를 토대로 가구 (i, j)의 효용극대화 문제를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\max_{x_{ij}, q_{ij}, l_{ij}, d_{ij}^1, d_{ij}^2} u(x_{ij}, q_{ij}, l_{ij}, d_{ij}^1, d_{ij}^2) + \epsilon_{ij} \quad (5)$$

제약조건 식(2)-(4)

여기서 $\epsilon_{ij}(\#)$ 는 검불분포(Gumbel distribution)에 따르는 연속확률변수이다. 각 가구는 자신의 후생을 극대화하면서 노동의 소득, '교통시장', 통행료 등은 주어진 값으로 간주하고 극대화한다.

위 극대화 문제에 이용되는 라그랑지안은

$$L_{ij} = u(\cdot) + c_{ij}^M(8w_j d_{ij} + D - p_i x_{ij} - r_i q_{ij} - t_{ij} d_{ij}^1) + c_{ij}^T \left(H - \sum_m (8 + g_{ij}^m) d_{ij}^m - l_{ij} \right) \quad (6)$$

와 같다. 이 식에서 c_{ij}^M, c_{ij}^T 는 각각 소득 및 시간의 한계효용을 말한다. 효용극대화 문제를 푼 후, 간접 효용함수 V_{ij} 를 구할 수 있다. 검불분포를 이용해 특정 가구가 구역작 (i, j)를 최선의 주거-직장쪽으로 선택할 확률 P_{ij} 를 이 간접효용함수를 이용해 표현할 수 있다. 그리고 시스템의 전반적 후생수준 W 를 최대효용의 기대치인

$$W = \frac{1}{\lambda} \ln \sum_{ij} \exp[\lambda V_{ij}]$$

로 정의하자. 여기서 $\lambda(\#)$ 는 확률변수 ϵ_{ij} 의 분산과 밀접하게 관련된 검불 확률분포의 母數이다.

이제 시장균형 조건을 나열하면 다음과 같다.

$$\sum_j \underbrace{NP_{ij} q_{ij}}_{\text{주거용지}} + \underbrace{R_i \ell_i}_{\text{도로면적}} = \ell_i, \quad i = 1, 2 \quad (7)$$

$$\sum_i NP_{ij} (8)(d_{ij}^1 + d_{ij}^2) = M_j, \quad j = 1, 2 \quad (8)$$

$$\sum_j \underbrace{NP_{ij} x_{ij}}_{\text{가구의 소비재}} + \underbrace{Z/2}_{\text{고정비용}} = X_i, \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

여기에 기업의 영이윤 방정식 2개를 더해 모두 8개의 방정식이 존재한다. 두 개의 구역이 있다고 했으므로 편의상 각 구역의 소비가능량에서 절반씩 제하는 방식으로 고정비용의 자원비용을 균형조건에 반영했다.

식(9)는 문헌에서 재화의 수지균형 조건(material balance condition) 혹은 교역 균형조건(balance of trade)으로 불리는 조건에 대응하는 균형식이다. 이 고정비용만큼 역외로 소득이 유출된다고 보면, 교역 균형조건으로 해석하는 것도 가능하다. 이 경우 고정비용의 자원비용을 생산물시장에 반영한 것이 된다.

미지수는 가격변수 $\{r_i, p_i, w_i\}_{i=1}^2$ 6개와, X재 생산량 X_1, X_2 2개 등 모두 8개이다. 이들 8개 변수를 앞으로 '기본변수'라고 부르자. 방정식의 수가 기본변수의 수와 똑같으므로, 기본변수를 위 시장균형 조건을 이용해 유도할 수 있다. 여타 내생변수는 모두 이들 변수의 함수로 주어진다.

그런데 효용극대화 문제로부터 가구 (i, j)의 간접효용함수 V_{ij} 를, (1)기본변수 8개 가운데 r_1, r_2, p_i, w_j 등 4개의 미지수와 (2)내생변수인 교통량 F_1, F_2 및 (3)정책변수인 통행료와 도로용량의 함수로 표현할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 간접효용함수 V_{ij} 를

$$V_{ij}(r_1, r_2, p_i, w_j) \quad (10)$$

와 같이 정책변수와 교통량 변수는 생략하고 기본변수만 이용해 쓰자. 다만 또 다른 내생변수인 F_1, F_2 는 생략했다. 교통량 변수 역시 앞서 본 8개 기본변수 및 정책변수의 함수이다. 그런데 기본변수는 다

시 정책변수의 함수이기 때문에 F_1, F_2 는 궁극적으로 정책변수의 함수로 간단히 표현할 수 있다. 이 점에 유의하면서 이하 식(10)을 활용하도록 한다.

2. 후생함수의 변화율

후생함수 W 의 정책변수에 대한 변화율을 차례대로 구하자. 정책변수 N, Z, t_1, t_2, R_1, R_2 에 따라 특정 균형이 달성되고 이 균형상태에 대응하는 기본변수의 값이 결정된다. 그리고 이 기본변수의 값에 따라 후생함수 W 의 값이 결정된다. 따라서 W 를 $W(N, t_1, t_2, R_1, R_2)$ 라고 쓸 수 있고, 계획가의 문제는 다음과 같다.

$$\max W(N, t_1, t_2, R_1, R_2) \quad (11)$$

제약조건 식(7)-(9)

그런데 혼잡통행료에 대한 후생함수의 변화율은 이상균·이혁주(2011), 이혁주(2013) 등 이전 연구에서 여러 차례 반복·유도했으므로, 나머지 정책변수 N (인구규모), R_1, R_2 (도로폭), Z (고정비용) 등에 대해서만 유도하기로 한다.

1) 인구에 대한 변화율

우선 인구규모 N 에 대한 후생함수 W 의 변화율은 다음과 같은 과정을 밟아 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dW(.)}{dN} &= \frac{d}{dN} \frac{1}{\lambda} \ln \sum_{ij} \exp[\lambda V_{ij}] \\ &= \sum_{ij} P_{ij} \sum_n \frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n} \frac{dr_n}{dN} + \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial p_i} \frac{dp_i}{dN} \\ &\quad + \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial w_j} \frac{dw_j}{dN} + \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial N} \end{aligned} \quad (12)$$

가구 (i, j) 의 간접효용함수 V_{ij} 를 미분하면서 지대 r_1, r_2 , 복합재의 가격 p_i , 임금을 w_j 에 대해서만 미분했다. 그 이유는 식(10)과 같이 V_{ij} 를 표현할 수 있기 때문이다.

식(12)에서 간접효용함수의 변화율을 구하기 전에 간접효용함수에 포함된 노동외 소득 D 의 변화율부터 구하면 편리하다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial r_n} &= \frac{\partial}{\partial r_n} \frac{1}{N} \left(\sum_i r_i (\ell_i - R_i \ell_i) + \sum_i t_i F_i - Z \right) \\ &= \frac{\ell_n - R_n \ell_n}{N} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\frac{\partial D}{\partial p_i} = \frac{\partial D}{\partial w_j} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial D}{\partial N} = -\frac{D}{N} + \frac{1}{N} \left(\sum_n t_n \frac{dF_n}{dN} - \frac{dZ}{dN} \right) \quad (15)$$

이미 이혁주의 기존연구에서 수차례 반복되었던 것처럼, 시장의 실패요인으로서 교통혼잡만이 존재하기 때문에 식(12)의 첫 세 항의 합은 0이 된다. 따라서 식(12)의 마지막 항을 유도해 내면 식(12) 전체 도함수를 유도해 낼 수 있을 것이다.

포락선정리를 식(6)의 라그랑지안에 다음과 같이 적용하자.

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{ij}}{\partial N} &= \frac{\partial L_{ij}}{\partial N} = \frac{\partial}{\partial N} \left[u(\cdot) + c_{ij}^M (8w_j d_{ij} + D - p_i x_{ij} \right. \\ &\quad \left. - r_i q_{ij} - t_{ij} d_{ij}) + c_{ij}^T (H - (8 + g_{ij}) d_{ij} - l_{ij}) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

어떤 외생변수의 변화면 두 가지 서로 다른 경로를 통해 외생변수가 효용수준을 변화시킨다. 첫 번째 경로는 가구가 효용극대화 과정에서 선택하는 내생변수를 통해 미치는 영향(즉 간접영향)이다. 두 번째 경로는 외생변수가 효용수준에 미치는 직접적 영향(즉 직접영향)이다. 포락선 정리에 따르면 이 가운데 직접영향을 고려해 외생변수가 효용수준에 미치는 영향을 파악할 수 있다는 것이다. 따라서 식(16)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{ij}}{\partial N} &= \frac{\partial L_{ij}}{\partial N} = c_{ij}^M \frac{\partial D}{\partial N} - c_{ij}^T \frac{\partial g_{ij}}{\partial N} \\ &= c_{ij}^M \frac{\partial D}{\partial N} - c_{ij}^T \underbrace{\left(\frac{c_{ij}^T}{c_{ij}^M} \right)}_{= w_{ij}} \frac{\partial g_{ij}}{\partial N} \\ &= c_{ij}^M \frac{\partial D}{\partial N} - c_{ij}^M w_{ij} \frac{\partial g_{ij}}{\partial N} \end{aligned}$$

이 식을 이용해 식(12)의 마지막 항을 다음과 같이 구성해 낼 수 있다.

$$\sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial N} = \sum_{ij} P_{ij} \left(c_{ij}^M \frac{\partial D}{\partial N} - c_{ij}^M \bar{w}_{ij} \frac{\partial g_{ij}}{\partial N} \right) \quad (17)$$

$$\simeq c^M \frac{\partial D}{\partial N} - \frac{c^M}{N} \sum_{ij} F_{ij} \bar{w}_{ij} \frac{\partial g_{ij}}{\partial N}$$

이 식의 마지막 항은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{ij} F_{ij} \bar{w}_{ij} \frac{\partial g_{ij}}{\partial N} &= F_{11} w_{11} \frac{\partial g_{11}}{\partial N} + F_{12} w_{12} \frac{\partial g_{12}}{\partial N} \\ &\quad + F_{21} w_{21} \frac{\partial g_{21}}{\partial N} + F_{22} w_{22} \frac{\partial g_{22}}{\partial N} \\ &= F_{11} w_{11} \frac{\partial g_1}{\partial N} + F_{12} w_{12} \left(\frac{\partial g_1}{\partial N} + \frac{\partial g_2}{\partial N} \right) \\ &\quad + F_{21} w_{21} \left(\frac{\partial g_2}{\partial N} + \frac{\partial g_1}{\partial N} \right) + F_{22} w_{22} \frac{\partial g_2}{\partial N} \\ &= (F_{11} w_{11} + F_{12} w_{12} + F_{21} w_{21}) \frac{\partial g_1}{\partial N} \\ &\quad + (F_{12} w_{12} + F_{21} w_{21} + F_{22} w_{22}) \frac{\partial g_2}{\partial N} \\ &= \left(\frac{F_{11}}{F_1} w_{11} + \frac{F_{12}}{F_1} w_{12} + \frac{F_{21}}{F_1} w_{21} \right) F_1 \frac{\partial g_1}{\partial N} \quad (18) \\ &\quad + \left(\frac{F_{12}}{F_2} w_{12} + \frac{F_{21}}{F_2} w_{21} + \frac{F_{22}}{F_2} w_{22} \right) F_2 \frac{\partial g_2}{\partial N} \end{aligned}$$

그런데 $F_1 = F_{11} + F_{12} + F_{21}$ 이고 F_2 도 마찬가지로 정의되므로, 위 식의 두 괄호의 값은 각각 구역 1과 2를 통행하는 사람들의 평균 시간의 기회비용 ($\equiv \bar{w}_i$)이 된다.

따라서 위 식을

$$\sum_{ij} F_{ij} \bar{w}_{ij} \frac{\partial g_{ij}}{\partial N} = \bar{w}_1 F_1 \frac{\partial g_1}{\partial N} + \bar{w}_2 F_2 \frac{\partial g_2}{\partial N}$$

라고 고쳐쓰자. 이 결과를 이용해 식(17)을

$$\begin{aligned} \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial N} &= c^M \frac{\partial D}{\partial N} - \frac{c^M}{N} \sum_i \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \frac{\partial F_i}{\partial N} \quad (19) \\ &= \frac{c^M}{N} \sum_i \left(t_i - \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \right) \frac{\partial F_i}{\partial N} - \frac{c^M}{N} \left(\frac{dZ}{dN} + D \right) \end{aligned}$$

와 같이 다시 쓸 수 있다. 두 번째 등호는 식(15)를 이용했다.

그런데 식(12) 첫 세 항은 0으로 근사시킬 수 있

으므로, 식(12)는 마지막 항으로 근사시킬 수 있고, 이 마지막 항이 식(19)로 주어지므로, 식(12)를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{N}{c^M} \frac{dW(\cdot)}{dN} &\simeq \sum_i \left(t_i - \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \right) \frac{\partial F_i}{\partial N} \\ &\quad - \left(\frac{dZ}{dN} + D \right) \quad (20) \end{aligned}$$

2) 도로용량에 대한 변화율

간접효용함수 V_{ij} 의 因數가 식(10)과 같다는 점에 착안해 구역 k 의 도로폭 R_k 에 대한 후생함수의 변화율을 식(12)와 유사하게 구성할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dW(\cdot)}{dR_k} &= \sum_{ij} P_{ij} \sum_n \frac{\partial V_{ij}}{\partial r_n} \frac{dr_n}{dR_k} + \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial p_i} \frac{dp_i}{dR_k} \\ &\quad + \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial w_j} \frac{dw_j}{dR_k} + \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial R_k} \end{aligned}$$

위 식의 첫 세 항 역시 0으로 근사시킬 수 있기 때문에

$$\frac{dW(\cdot)}{dR_k} \simeq \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial R_k} \quad (21)$$

라고 쓸 수 있다.

이제 간접효용함수 V_{ij} 의 도로용량에 대한 변화율 $\partial V_{ij} / \partial R_k$ 를 구한 후 그 결과르 식(21)에 대입하자.

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{ij}}{\partial R_k} &= \frac{\partial L_{ij}}{\partial R_k} = c_{ij}^M \frac{dD}{dR_k} - c_{ij}^T \frac{dg_{ij}}{dR_k} \\ &= c_{ij}^M \frac{dD}{dR_k} - c_{ij}^M \underbrace{\left(c_{ij}^T / c_{ij}^M \right)}_{\equiv \bar{w}_{ij}} \frac{dg_{ij}}{dR_k} \\ &= c_{ij}^M \frac{dD}{dR_k} - c_{ij}^M \bar{w}_{ij} \frac{dg_{ij}}{dR_k} \quad (22) \end{aligned}$$

노동의 소득 D 의 변화율이

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial R_k} &= \frac{\partial}{\partial R_k} \frac{1}{N} \left(\sum_i r_i (\ell_i - R_i \ell_i) + \sum_i t_i F_i - Z \right) \\ &= \frac{1}{N} \left(-r_k \ell_k + \sum_i t_i \frac{dF_i}{dR_k} \right) \end{aligned}$$

으로 주어지므로 이 결과를 이용해 식(22)를 다음

과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial V_{ij}}{\partial R_k} &= c_{ij}^M \frac{dD}{dR_k} - c_{ij}^M \bar{w}_{ij} \frac{dg_{ij}}{dR_k} \\ &= \frac{c_{ij}^M}{N} \left(-r_k \ell_k + \sum_i t_i \frac{dF_i}{dR_k} \right) - c_{ij}^M \bar{w}_{ij} \frac{dg_{ij}}{dR_k}\end{aligned}$$

따라서 식(21)을 다음과 같이 고쳐쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{dW(.)}{dR_k} &\simeq \sum_{ij} P_{ij} \frac{\partial V_{ij}}{\partial R_k} \\ &= \sum_{ij} P_{ij} \left[\frac{1}{N} \left(-r_k \ell_k + \sum_i t_i \frac{dF_i}{dR_k} \right) - c_{ij}^M \bar{w}_{ij} \frac{dg_{ij}}{dR_k} \right] \\ &= \frac{c^M}{N} \left(-r_k \ell_k + \sum_i t_i \frac{dF_i}{dR_k} \right) - \sum_{ij} P_{ij} c_{ij}^M \bar{w}_{ij} \frac{dg_{ij}}{dR_k} \\ &\simeq \frac{c^M}{N} \left(-r_k \ell_k + \sum_i t_i \frac{dF_i}{dR_k} \right) - \frac{c^M}{N} \sum_{ij} \bar{w}_{ij} F_{ij} \frac{dg_{ij}}{dR_k}\end{aligned}$$

이 식의 마지막 항은 식(18)과 같이 주어지므로, 위 식은 결국

$$\frac{dW(.)}{dR_k} \simeq \frac{c^M}{N} \left(-r_k \ell_k + \sum_i t_i \frac{dF_i}{dR_k} \right) - \frac{c^M}{N} \sum_i \bar{w}_i F_i \frac{dg_i}{dR_k} \quad (23)$$

이 된다.

그런데 $g_i^1 \equiv g_i^1(F_i, R_i)$ 이므로 식(23) 두 번째 항의 전미분(全微分)은

$$\begin{aligned}\frac{dg_i}{dR_k} &= \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \frac{dF_i}{dR_k} + \frac{\partial g_i}{\partial R_i} \frac{dR_i}{dR_k} \\ &= \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \frac{dF_i}{dR_k} + \frac{\partial g_i}{\partial R_i} \delta_{ki}\end{aligned} \quad (24)$$

으로 주어진다. 이 식에서 두 아래 첨자가 같은 값일 때 $\delta_{ki} = 1$, 그 밖의 경우는 δ_{ki} 는 0으로 주어진다.

식(24)를 이용해 식(23)의 두 번째 항을 다시 자세히 쓰자.

$$\begin{aligned}\sum_i \bar{w}_i F_i \frac{dg_i}{dR_k} &= \sum_i \bar{w}_i F_i \left(\frac{\partial g_i}{\partial F_i} \frac{dF_i}{dR_k} + \frac{\partial g_i}{\partial R_i} \delta_{ki} \right) \\ &= \sum_i \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \frac{dF_i}{dR_k} + \sum_i \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i}{\partial R_i} \delta_{ki} \\ &= \sum_i \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \frac{dF_i}{dR_k} + \bar{w}_k F_k \frac{\partial g_k}{\partial R_k}\end{aligned}$$

최종적으로 위 식을 식(23)에 대입하여 다음과 같은 변화율을 얻는다.

$$\begin{aligned}\frac{N}{c^M} \frac{dW(.)}{dR_k} &\simeq \left(-r_k \ell_k + \sum_i t_i \frac{dF_i}{dR_k} \right) \\ &\quad - \left(\sum_i \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \frac{dF_i}{dR_k} + \bar{w}_k F_k \frac{\partial g_k}{\partial R_k} \right) \\ &= -r_k \ell_k - \bar{w}_k F_k \frac{\partial g_k}{\partial R_k} + \sum_i \left(t_i - \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i}{\partial F_i} \right) \frac{dF_i}{dR_k} \quad (25)\end{aligned}$$

도로폭을 한 단위 증가시키면 도로폭 증가분 $\times$ 구역 $\div 1 \times$ 구역의 길이=구역의 길이만큼 도로용지가 더 필요하고, 임대료가 r_k 이므로 $r_k \ell_k$ 만큼 도로용지 임차료가 증가한다(첫 번째 항). 한편 도로폭의 증가 자체는 기존 통행량 기준 해당구역의 혼잡완화를 의미한다(즉 $\partial g_i / \partial R_k < 0$). 이로 인한 편익 증가를 식(25) 두 번째 항이 포착한다.

3) 최적 정책조합과 헨리 조지의 정리

혼잡통행료에 대한 후생함수의 변화율은

$$\frac{N}{c^M} \frac{\partial W}{\partial t_k} \simeq \sum_i \left(t_i - \bar{w}_i F_i \frac{\partial g_i^1}{\partial F_i^1} \right) \frac{\partial F_i^1}{\partial t_k} \quad (26)$$

이다. 따라서 최적 정책조합은 식(20), (25), (26)을 동시에 0으로 만드는 $\{t_k, R_k\}_{k=1, N, Z}$ 로 주어진다. 즉 혼잡통행료는 표준적인 피구조세의 크기로 주어지고, 도로폭은 확폭의 한계비용이 확폭에 따른 혼잡완화효과와 일치하는 수준으로 주어진다(일명 사뮤엘슨의 법칙).

최적 인구규모 N^* 와 최적 고정비용 Z^* 는 추가적인 논의가 필요하다.

경우 1: $Z = a, a > 0$

고정비용이 양의 상수 a 로 주어진다고 하자. 식(20)의 두 번째 줄의 수식이 최적 정책조합하에서 0이 된다는 사실을 이용해 다음과 같이 논할 수 있다.

$$\frac{dZ}{dN} + D = D$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{N} \left(\sum_i r_i (\ell_i - R_i \ell_i) + \sum_i t_i F_i - Z \right) \quad \text{<-식(4)} \\
 &= \frac{1}{N} \left(\sum_i r_i \ell_i + \sum_i \underbrace{(r_i R_i \ell_i - t_i F_i)}_{=0} - Z \right) \quad \text{<-자족성 원리} \\
 &= \frac{1}{N} \left(\sum_i r_i A_i - Z \right) \quad (27)
 \end{aligned}$$

따라서 이 식을 0으로 하는 인구규모가 최적의 인구규모로서, 최적 인구규모가 선택되었을 때 위 수식에서 차액지대는 대중교통수단 운영에 필요한 고정비용 Z 와 일치한다. 즉 차액지대를 이용해 순수공공재 공급에 필요한 재원을 정확하게 충당할 수 있다. 기존 문헌에서 말하는 헨리 조지의 정리가 바로 이 수식이다.

이 헨리조지 정리와 관련해 몇 가지 내용을 부연하면 다음과 같다.

첫째, 헨리조지의 정리가 성립하기 위해서는 도시경제내에 존재하는 외부효과(본 논문의 경우 교통혼잡)는 교정되어야 하고, 이러한 전제하에 헨리 조지의 정리가 성립한다.

둘째, 부재지주 모형의 경우 이 차액지대는 개발이익에 해당된다. 즉 도시가 최적 규모로 개발되었을 때 개발이익은 공공재 공급에 필요한 고정비용과 정확히 일치하고, 개발에 따른 개발이윤은 0이 된다.

경우 2: $Z = a + bN, a, b > 0$ 인 경우

인구 증가에 따라 Z 가 증가하는 경우로서, 경우 1은 $b = 0$ 인 특수 사례이다. $Z = a + bN$ 일 때 식 (19)를 다시 유도하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial Z}{\partial N} + D = b + \frac{1}{N} \left(\sum_i r_i \ell_i - Z \right) \quad \text{<-식(27)}$$

=0

즉

$$Z = \sum_i r_i \ell_i + Nb \quad (28)$$

가 성립한다. 다시 말해 추가되는 인구마다 한계비용인 b 를 징수하고 여기에 차액지대를 합한 금액이 고정비용 Z 와 일치할 때까지 인구 규모 N 을 확대하면 된다.

그런데 식(28)의 좌변에 $Z = a + bN$ 을 대입하고 식(28)을 다시 정리하면 차액지대는 a 와 일치한다. 부재지주 모형의 경우 개발이익인 차액지대가 공공재 공급에 필요한 고정비용 a 와 일치한다. 따라서 경우 2는 본질적으로 경우 1과 차이가 없다.

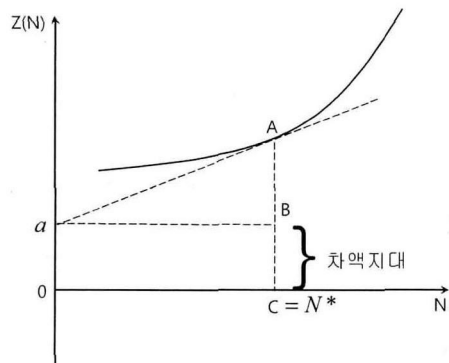


Fig. 1. Case 3

경우 3: 일반적인 경우

버스의 공급비용 함수가 그림 1과 같이 생겼고, 점A가 최적점이라고 하자.

$$\begin{aligned}
 N^* \frac{dZ(N^*)}{dN} + N^* D &= \text{선분 AB의 길이} \\
 &+ \left(\sum_i r_i \ell_i - Z \right) \quad \text{<-식(20)} \\
 &= \text{선분 AB의 길이} + \sum_i r_i A_i \\
 &- \text{선분 AC의 길이} \\
 &= -\text{선분 BC의 길이} + \sum_i r_i A_i = 0
 \end{aligned}$$

즉 차액지대는 선분 BC의 길이와 일치한다. 이 경우 역시 경우 1, 2와 같이 주민에게 거두어들이는

인구혼잡세(=dZ/dN)와 차액지대의 합이 공공서비스 공급에 필요한 비용 Z(N)과 일치한다.

$$Z(N^*) = N^* \times \text{한계비용} \frac{dZ(N^*)}{dN} + \text{차액지대} \sum_i r_i \ell_i$$

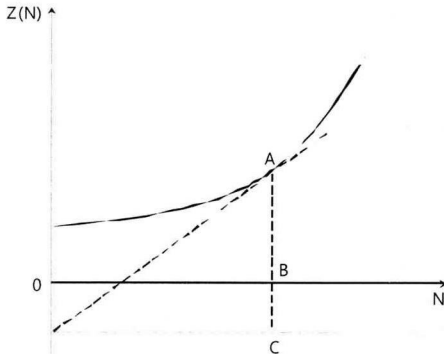


Fig. 2. Suboptimal case

한편 그림 2와 같은 경우

$$\begin{aligned} N^* \frac{dZ(N^*)}{dN} + N^* D &= \text{선분 AC의 길이} \\ &+ \sum_i r_i A_i - Z \\ &= \text{선분 AC의 길이} + \sum_i r_i A_i \\ &- \text{선분 AB의 길이} \\ &= \text{선분 BC의 길이(양수)} + \sum_i r_i A_i > 0 \end{aligned}$$

이 경우 식(20)은 표준적인 처방하에서 0이 되지 않는다. 즉 최적해가 존재하는 인구규모는 그림의 원점을 통과하는 직선을 Z(N)곡선에 접하게 그렸을 때, 점점 왼쪽 아래에서 최저점이 주어질 때만 식(20)의 마지막 항이 0이 될 수 있다. 그림 2의 경우 인구규모가 지나치게 크다.

III. 결론

본 논문은 이혁주(2014)가 다룬 자원조달 문제를

일반균형 환경으로 확장했고, 기존 문헌에 나타나지 않는 일반적 형태의 공공서비스 비용함수를 가지고 헨리 조지의 정리에 대해 논했다.

만약 교통망의 속성 가운데 일부가 변하는 경우 자족성의 원리가 계속 성립하는지는 더 연구되어야 한다. 기존 문헌에서 자족성의 원리가 성립하지 않는 요인은 교통시설 규모의 이산성(離散性), 통행자의 이질성 등 다양한 요인을 거론한다(Small and Verhoef, 167-172). 본 모형은 이산공간(離散空間) 모형에 속한다. 그런데 유상균·이혁주(2011)에서 얻을 수 있는 직관을 이용하면, 이산공간모형의 환경에서 자족성 원리가 성립하지 않을 가능성이 있다는 점을 추측할 수 있다. 이 문제를 단순히 공간의 離散化 문제로 돌려 무시할 것인지, 아니면 연속공간모형 역시 공간을 표현하는 한 극단적 방식으로 보고 자족성 원리의 미성립(未成立) 문제를 인식론적 문제로 볼 것인지 더 많은 고민이 필요해 보인다.

집적의 경제는 문헌에서 도시형성의 추동요인으로 거론되는데, 본 모형을 집적의 경제가 포함된 모형으로 더 확장할 필요가 있다. 이 경우 집적의 경제를 ‘내부화’하는데 필요한 재원으로서 차액지대를 고려해 볼 수 있고, 본 모형처럼 특이선호향이 있는 경우 차액지대가 재원으로서 부족한지 아니면 잉여가 발생하는지도 추가 연구대상이다.

본 연구에서 고정비용을 인구규모의 함수로 놓았는데, 이를 공공재의 수가 점차 증가할 때 인구규모와 서비스 비용간 점근적(漸近的) 관계로 간주할 수 있다. 이렇게 확장된 모형은 현실에서 관찰할 수 있는 도시의 모습과 유사하다. 집적의 경제 모형과 이 아이디어를 결합함으로써, 새로 구축된 모형을 이용해 도시규모의 최적성 여부를 판단할 수 있을 것이다. 이러한 연구방향을 계속 추구하다보면 이를테면 수도권 과대 규모논쟁에 활용할 수 대안적 연구방법론이 제시될 수 있을 것 같다.

인용문헌

References

1. 유상균 · 이혁주, 2011. "수치해석적 공간균형모형의 후생함수에 대한 연구와 시사", 「국토계획」 46(4): 199-208.
Yu, Sanggyun and Rhee, Hyok-Joo. 2011. "A Study of the Welfare Function of a Spatial Equilibrium Model and the Implications", *Journal of Korea Planners Association*, 46(4): 199-208.
2. 이혁주, 2013. "집적의 경제가 구현된 공간균형모형의 분석방법론", 「국토계획」 48(1): 181-189.
Rhee, Hyok-Joo. 2013a. "Analytical Methodology of the Spatial Equilibrium Model with Agglomeration Economies", *Journal of Korea Planners Association*, 48(1): 181-189.
3. 이혁주, 2014. "지방정부의 재정환경에서 피구조세의 재순환", 「국토계획」 49(1): 127-136.
Rhee, Hyok-Joo. 2014. "General Equilibrium Analysis of Congestion Tolls in the Presence of Distortary Taxes: A Methodology", *Journal of Korea Planners Association*, 48(1): 181-189.
4. Anas, Alex and Kim, Ikki, 1996. "General Equilibrium Models of Polycentric Urban Land Use with Endogenous Congestion and Job Agglomeration", *Journal of Urban Economics*, 40: 232-256.
5. Anas, Alex and Pines, David. 2013. "Public Goods and Congestion in a System of Cities: How Do Fiscal and Zoning Policies Improve Efficiency?" *Journal of Economic Geography*, 13(4): 649-676.
6. Arnott, Richard and Stiglitz, Joseph. 1979. "Aggregated Land Rents, Expenditure on Public Goods and Optimal City Size." *Quarterly Journal of Economics*, 93(4): 471-500.
7. Flatters, Frank, Henderson, Vernon and Mieszkowski, Peter. 1974. "Public Goods, Efficiency, and Regional Fiscal Equalization", *Journal of Public Economics*, 3: 99-112.
8. Fujita, Masahisa. 1989. *Urban Economic Theory*. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press.
9. Lindsey, Robin. 2012. "Road Pricing and Investment", *Economics of Transportation* 1: 49-63.
10. Papageorgiou, Yorgos Y. and Pines, David. 1999. *An Essay on Urban Economic Theory*, Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers.
11. Small, Kenneht and Verhoef, Erik. 2007. *The Economics of Urban Transportation*. London: Routledge.
12. Yang, H. and Meng, Q.. 2002. "A Note 'Highway Pricing and Capacity Choice in a Road Network under a Build-Operate -Transfer Scheme'", *Transportation Research Part A* 36: 659-663.

Date Received 2014-03-13

Date Reviewed 2014-05-26

Date Accepted 2014-05-26

Final Received 2014-06-09